

Pengendalian Kualitas Statistika Pada Pupuk ZA III di PT Petrokimia Gresik Menggunakan *Maximum Half Normal Multivariate Control Chart* (Max-Half-Mchart)

Nadia Salsabila¹ & Wibawati^{1*}

(Program Studi Statistika, Fakultas Sains dan Analitika Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Indonesia)

Keywords: Capability Process Max-Half-Mchart, Quality Control, ZA III Fertilizer.

Abstract:

Max-Half-Mchart is one of the multivariate control diagrams that can monitor the average and variability of processes simultaneously or simultaneously. This diagram is a development of the Max-Mchat diagram with a half-normal distribution approach. This diagram is able to detect out of control signals well when there is a process shift. The data used in this study is data on the characteristics of ZA III product quality at PT Petrokimia Gresik. The quality control of ZA III Fertilizer at PT Petrokimia Gresik using Max-Half-Mchart shows that there is a shift in variability and average caused by the consistency of (H_2SO_4) which is different in each production process, resulting in less than optimal products. Meanwhile, the overall production in the time period from October 2022 to September 2023 has been capable.

1. Pendahuluan

PT Petrokimia Gresik sebagai salah satu industri yang bergerak di bidang produksi pupuk, bahan kimia, serta jasa meluncurkan produk pupuk ZA III yang dirancang dengan kandungan N(Nitrogen), H_2O (Air), serta H_2SO_4 (Asam Sulfat). Pupuk ZA III mampu meningkatkan mutu hasil panen dengan memperbaiki warna, aroma, rasa, dan besar buah atau umbi, memacu pertumbuhan akar, membentuk sistem perakaran yang baik serta meningkatkan ketahanan hasil panen sehingga dapat mengurangi penyusutan selama penyimpanan. Sebagai produsen pupuk di Indonesia, PT Petrokimia Gresik berusaha mendukung program pemerintah dalam rangka Upaya menjaga ketahanan pangan nasional. Pada produksi pupuk, komposisi setiap unsur merupakan hal krusial dimana jika komposisi pupuk tidak tepat dapat mengakibatkan pertumbuhan tanaman menjadi tidak normal sehingga menurunkan hasil panen petani atau bahkan yang paling buruk dapat mengakibatkan gagal panen. Terjadinya gagal panen inilah yang kemudian dapat menjadi ancaman terhadap ketahanan pangan dan juga dapat menurunkan tingkat pendapatan petani. Oleh karena itu, pengontrolan kualitas pupuk terkait komposisi dan kandungan merupakan objek yang harus diperhatikan (Petrokimia, 2022).

Penelitian sebelumnya berkaitan dengan pengendalian kualitas pada proses produksi pupuk di PT Petrokimia Gresik telah dilakukan menggunakan diagram kendali *Multivariate Max-Chart* (Max-MChart). Diagram kendali

* Corresponding author.

E-mail address: wibawati@statistika.its.ac.id



Multivariate Max-Chart (Max-MChart) merupakan diagram kendali simultan yang memonitor proses mean dan variabilitas secara bersama-sama (Thaga & Gabaitiri, 2006).

Pada beberapa penelitian menyatakan bahwa penggunaan diagram kendali simultan lebih efektif dalam memantau variabilitas dan rata-rata proses daripada diagram kendali konvensional. Hal ini dikarenakan batas kontrol untuk rata-rata proses pada diagram kendali konvensional dipengaruhi oleh pergeseran variabilitas, sehingga kedua parameter tersebut lebih efektif jika dipantau secara bersamaan. Beberapa penelitian dilakukan untuk mengembangkan diagram kendali multivariat simultan, diantaranya adalah diagram kendali tipe cumulative sum (CUSUM) yakni Max-CUSUM (Cheng & Thaga, 2010), diagram Maximum double EWMA(Max-DEWMA) (Khoo et.al, 2010), diagram kendali EWMA generalized likelihood ratio (Zhang & Wang, 2010), diagram maximum EWMA dan mean square deviation (Max-EWMAMS) (Memar & Niaki, 2011) dan Diagram kendali Max-Half-Mchart (Kruba, at.al, 2021).

Pengendalian kualitas pada proses produksi pupuk di PT Petrokimia Gresik menggunakan diagram kendali *Multivariate Max-Chart* (Max-MChart) menyatakan pengamatan pada fase I telah terkendali secara statistik. (Naqiyyah, 2023). Namun, pendekatan *Multivariate Max-Chart* (Max-MChart) dengan distribusi normal dapat normal memberikan hasil kurang tepat ketika nilai peluang dari distribusi *chi-square* mendekati 0 dan nilai kuantil dari distribusi normal standar menghasilkan nilai negatif yang besar, sehingga nilai absolut dari negatif besar yang seharusnya terdeteksi sebagai sinyal *in control* akan terdeteksi sebagai sinyal *out of control*. Untuk mengatasi hal tersebut maka pada penelitian ini diaplikasikan metode Max-Half-Mchart dengan pendekatan distribusi half-normal. Analisis kapabilitas proses digunakan untuk mengetahui apakah proses produksi telah beroperasi sesuai standar yang telah ditetapkan. Dalam prosesnya, penentuan bobot karakteristik kualitas diperoleh melalui metode *Analytical Hierarchy Process* (AHP) dengan melibatkan beberapa *expert* pada proses produksi pupuk ZA III.

2. Tinjauan Pustaka

2.1 Uji Dependensi

Uji dependensi digunakan untuk mengetahui hubungan antar variabel karakteristik. Variabel dikatakan independent apabila matriks korelasi antar variabel sama dengan matriks identitas. Uji dependensi dapat dilakukan menggunakan *Bartlett Test* dengan hipotesis sebagai berikut.

$H_0 : \mathbf{R} = \mathbf{I}$ (tidak terdapat korelasi antar variabel)

$H_1 : \mathbf{R} \neq \mathbf{I}$ (terdapat korelasi antar variabel)

Statistik uji untuk *Bartlett Test* ditunjukkan pada persamaan berikut

$$\chi^2_{hitung} = - \left[n - 1 - \frac{2p + 5}{6} \right] \ln |\mathbf{R}| \quad (2.1)$$

dengan n merupakan jumlah observasi, p sebagai banyaknya karakteristik kualitas, dan \mathbf{R} merupakan matriks korelasi. Pada Tingkat signifikansi α , Tolak H_0 jika nilai dari $\chi^2_{hitung} > \chi^2_{(\alpha; \frac{1}{2}p(p-1))}$ atau $p-values < \alpha$ sehingga dapat disimpulkan terdapat hubungan antar karakteristik kualitas (Johnson & Wichern, 2007).

2.2 Uji Normal Multivariat

Pada pengendalian kualitas statistik multivariat untuk menggambarkan karakteristik kualitas digunakan distribusi normal multivariat (Montgomery, 2020). Pengujian distribusi normal multivariat dapat dilakukan menggunakan uji *Shapiro-Wilk*. dengan hipotesis sebagai berikut.

H_0 : Data berdistribusi normal multivariat

H_1 : Data tidak berdistribusi normal multivariat

Statistik uji untuk uji *Shapiro-Wilk* ditunjukkan pada Persamaan (2) berikut.

$$W^* = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p W_k \tag{2.2}$$

Tolak H_0 jika pada taraf signifikansi α , nilai $p\text{-value} < \alpha$ atau nilai $W^* < c_{\alpha;n,p}$ dimana c merupakan nilai kuantil statistik *Shapiro-Wilk* (Shapiro & Wilk, 1965).

2.3 T^2 Hotelling

Diagram kendali T^2 Hotelling merupakan diagram kendali untuk memantau rata-rata proses pada pengendalian kualitas secara multivariat. Diagram kendali T^2 Hotelling dapat digunakan pada pengamatan individu maupun subgrup (Montgomery, 2020). Statistik uji diagram kendali T^2 Hotelling pada pengamatan individu ditunjukkan pada Persamaan 2.3 berikut.

$$T_i^2 = (\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_g)' \boldsymbol{\Sigma}_g^{-1} (\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_g), i = 1, 2, \dots, n \tag{2.3}$$

Pada Persamaan 2.3, $\boldsymbol{\mu}_g$ merupakan vektor rata-rata yang dihitung dari observasi *in control* dan $\boldsymbol{\Sigma}_g$ merupakan matriks kovarian yang dihitung dari observasi *in control*. Sehingga T_i^2 berdistribusi *chi-square* dengan derajat bebas $p(\chi_p^2)$

2.4 Diagram Dispersi

Diagram dispersi merupakan diagram control yang digunakan untuk memonitor variabilitas proses secara multivariat untuk pengamatan individu berbasis *successive difference* (Kruba, 2022). Misalkan $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$ merupakan variabel random multivariat normal dengan matriks rata-rata $\boldsymbol{\mu}$ dan matriks kovarians $\boldsymbol{\Sigma}$, maka statistik variabilitas dengan pendekatan *successive difference* adalah sebagai berikut.

$$D_i = \frac{1}{2} (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i-1})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i-1}), i = 1, 2, \dots, n \tag{2.4}$$

2.5 Maximum Half Normal Multivariate Control Chart (Max-Half-Mchart)

Maximum Half-Normal Multivariate Control Chart (Max-Half-Mchart) merupakan pengembangan dari diagram Max-Mchart dengan transformasi distribusi half-normal (Kruba et.al, 2021). Diagram Max-Mchart sendiri merupakan pengembangan dari *Bivariate Max Chart* dengan penggabungan T^2 Hotelling dan *Generalized Variance* (GV) dengan distribusi normal standar. Max-Mchart dengan pendekatan distribusi normal memberikan hasil kurang tepat ketika nilai peluang dari distribusi *chi-square* mendekati 0 dan nilai kuantil dari distribusi normal standar menghasilkan nilai negatif yang besar, sehingga nilai absolut dari negatif besar yang seharusnya terdeteksi sebagai sinyal *in control* akan terdeteksi sebagai sinyal *out of control* Maka, dilakukan pendekatan distribusi half-normal yang memiliki domain positif (0 sampai ∞) pada diagram Max-Half-Mchart untuk mengatasi kekurangan pada diagram Max-Mchart. Statistik diagram Max-Half-Mchart untuk rata-rata dan variabilitas pada pengamatan individu dapat dituliskan berturut-turut pada persamaan berikut.

$$Z_i^{IH} = Q^{-1} \left(H_p \left\{ (\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_g)' \boldsymbol{\Sigma}_g^{-1} (\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_g) \right\} \right) \tag{2.5}$$

$$V_i^{IH} = Q^{-1} \left(H_p \left\{ \frac{1}{2} \left((\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i-1})' \boldsymbol{\Sigma}_g^{-1} (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i-1}) \right) \right\} \right) \tag{2.6}$$

Pada persamaan (5) dan (6), $Q(\cdot)$ merupakan fungsi distribusi kumulatif dari distribusi half-normal dan $H(p)$ merupakan fungsi distribusi kumulatif dari distribusi chi-square dengan derajat bebas p . Sehingga statistik Max-half-Normal untuk pengamatan individu adalah sebagai berikut

$$UCL = \sum_{i=1}^N \frac{M^{IH}_{(100((1-\alpha)),l)}}{N} \tag{2.7}$$

Jika nilai statistik rata-rata $Z_i > UCL$, maka teridentifikasi M^{++} atau teridentifikasi terjadi pergeseran pada rata-rata proses. Jika nilai statistik variabilitas $V_i > UCL$, maka teridentifikasi V^{++} atau teridentifikasi terjadi pergeseran pada variabilitas proses. Jika nilai statistik $Z_i > UCL$ dan $V_i > UCL$ maka teridentifikasi D^{++} atau teridentifikasi terjadi pergeseran pada rata-rata proses dan variabilitas proses. (Kruba et.al, 2021)

2.6 Analisis Kapabilitas Proses

Kapabilitas proses merupakan kemampuan suatu proses untuk menghasilkan suatu produk atau jasa yang sesuai dengan kebutuhan atau syarat dari konsumen atau spesifikasi yang diharapkan (Montgomery, 2013) dan (Polhemus, 2017); Kapabilitas proses (C_p) dapat ditunjukkan oleh persamaan berikut.

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} \tag{2.8}$$

Sementara itu, untuk spesifikasi satu arah digunakan CPU (*Capability Process Upper*) dan CPL (*Capability Process Lower*) seperti berikut.

$$CPU = \frac{USL - \mu}{3\sigma} \tag{2.9}$$

$$CPL = \frac{\mu - LSL}{3\sigma} \tag{2.10}$$

Sedangkan kapabilitas actual (C_{pk}) ditunjukkan pada persamaan

$$C_{pk} = \min (CPU, CPL) \tag{2.11}$$

Sementara itu, Perhitungan C_p dan C_{pk} pada kasus multivariat adalah sebagai berikut

$$MC_p = \sum_{k=1}^p W_k C_p(x_k) \tag{2.12}$$

$$MC_{pk} = \sum_{k=1}^p W_k C_{pk}(x_k) \tag{2.13}$$

W_k merupakan pembobotan dengan $\sum_{k=1}^p W_k = 1$ Kriteria penilaian MC_p dan MC_{pk} yaitu apabila nilai yang didapatkan kurang dari 1 maka kinerja proses tidak bagus atau tidak kapabel secara multivariat, jika lebih dari 1 maka kinerja proses tersebut bagus atau kapabel nilai pembobot W_k dapat disesuaikan dengan pembobot dari masing-masing karakteristik kualitas yang ditentukan oleh Perusahaan atau dengan menggunakan metode AHP.

2.7 Analytical Hierarchy Process

Analytical Hierarchy Process atau AHP merupakan teori pengukuran yang dikembangkan T.L Saaty pada tahun 1971-1975 (Saaty, 1987). AHP digunakan untuk mendapatkan skala rasio dari perbandingan berpasangan baik diskrit dan kontinyu. Analisis numerik pada perhitungan AHP mengacu pada skala perbandingan seperti pada Tabel 1.

Tabel 1. Skala Penilaian AHP

Skala Penelitian	Definisi
1	Kedua elemen sama penting
3	Salah satu elemen sedikit lebih penting daripada elemen lainnya
5	Salah satu elemen lebih penting daripada elemen lainnya
7	Salah satu elemen jelas sangat penting daripada elemen lainnya
9	Salah satu elemen mutlak sangat penting daripada elemen lainnya
2,4,6,8	Nilai yang berada diantara dua perbandingan yang berdekatan

3. Metode Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder berupa karakteristik kualitas dari pupuk ZA III. Adapun karakteristik kualitas tersebut meliputi, N(Nitrogen) dengan batas spesifikasi minimal 20,80% , H₂O (Air) dengan batas spesifikasi maksimum 1%, serta H₂SO₄ (Asam Sulfat) dengan batas spesifikasi minimal 0,1% melalui proses produksi PT Petrokimia Gresik pada Bulan Nopember 2022 sampai Oktober 2023

Tahapan yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Merumuskan masalah dan tujuan.
2. Mengumpulkan data sekunder
3. Melakukan uji dependensi dan uji distribusi normal multivariat pada data pupuk ZA III di PT Petrokimia Gresik.
4. Mendapatkan μ_g dan Σ_g (*in control*) menggunakan justifikasi diagram T^2 Hotelling dan *Successive Difference*.
5. Menghitung statistik peta kendali Max-Half Mchart fase I dengan tahapan sebagai berikut.
 - a. Menghitung statistik rata-rata T^2 Hotelling pada Persamaan 2.3 .
 - b. Menghitung statistik variabilitas melalui pendekatan *Successive difference* pada Persamaan 2.4.
 - c. Mendapatkan fungsi transformasi statistik rata-rata melalui pendekatan distribusi half-normal standar pada Persamaan 2.5.
 - d. Mendapatkan fungsi transformasi statistik variabilitas melalui pendekatan distribusi half-normal standar pada Persamaan 2.6.
 - e. Mendapatkan statistik untuk peta kendali Max-Half-Mchart berdasarkan Persamaan 2.7.
6. Menentukan batas kontrol diagram Max-Half-Mchart fase I dengan pendekatan *bootstrap* dengan Langkah sebagai berikut.
 - a. Menggunakan $\alpha = 0,0027$.
 - b. Menentukan μ_g dan Σ_g .
 - c. Untuk setiap perulangan $l=1,2,\dots, 1000$ dilakukan Langkah sebagai berikut.
 - i. Menghitung statistik untuk peta kendali Max-Half-Mchart data fase I *in control* yang diperoleh dari justifikasi diagram diagram *successive difference* dan T^2 Hotelling (M_i^{IH}).
 - ii. Meresampling statistik Max-Half-Mchart sebanyak N=1000 kali
 - iii. Menghitung persentil $(1 - \alpha)$ dari hasil langkah sebelumnya.
 - d. Menghitung UCL berdasarkan pada Persamaan 2.7 dengan N=1000
7. Membuat plot diagram Max-Half-Mchart fase I, jika diperoleh pengamatan *out of control* dilakukan identifikasi dengan kriteria sebagai berikut.
 - a. Jika nilai statistik rata-rata $Z_i > UCL$, maka teridentifikasi M^{++} atau teridentifikasi terjadi pergeseran pada rata-rata proses.
 - b. Jika nilai statistik variabilitas $V_i > UCL$, maka teridentifikasi V^{++} atau teridentifikasi terjadi pergeseran pada variabilitas proses.
 - c. Jika nilai statistik $Z_i > UCL$ dan $V_i > UCL$, maka teridentifikasi B^{++} atau teridentifikasi terjadi pergeseran pada rata-rata proses dan variabilitas proses

8. Menghitung statistik diagram Max-Half-Mchart fase II dimana vektor rata-rata dan matriks kovarians diperoleh dari pengamatan fase I diagram Max-Half-Mchart yang telah in control.
9. Memplotkan diagram Max-Half-Mchart fase II .
10. Menentukan bobot kriteria kualitas menggunakan AHP
11. Menghitung kapabilitas proses dan indeks kapabilitas proses secara univariat pada masing-masing karakteristik kualitas berdasarkan Persamaan 2.9 dan 2.10.
12. Menentukan kapabilitas proses dan indeks kapabilitas proses secara multivariat berdasarkan bobot masing-masing kriteria yang telah diperoleh pada Langkah 10 serta kapabilitas proses dan indeks kapabilitas proses secara univariat yang diperoleh pada Langkah 11.
13. Menarik kesimpulan.

4. Hasil dan Pembahasan

4.1. Analisis Statistika Deskriptif Karakteristik Kualitas Pupuk ZA III

Analisis statistik deskriptif digunakan untuk mengetahui karakteristik masing-masing karakteristik kualitas pupuk ZA III pada data fase I dan fase II. Hasil statistika deskriptif pada data fase I ditunjukkan pada Tabel 2 sebagai berikut.

Tabel 2. Statistika Deskriptif Karakteristik Kualitas Pupuk ZA III Fase I

Variabel	Batas Spesifikasi	Rata-rata	Varians	Minimum	Median	Maksimum
N	Minimum 20,80	21,046	0,004	20,860	21,050	21,960
H₂O	Maksimum 1,00	0,340	0,002	0,210	0,340	0,570
H₂SO₄	Maksimum 0,10	0,029	0,000007	0,009	0,028	0,062

Tabel 2 menunjukkan bahwa baik pada nilai rata-rata, minimum, maupun maksimum dari karakteristik kualitas N(Nitrogen), H₂O (Air), serta H₂SO₄ (Asam Sulfat) pada data fase I berada dalam batas spesifikasi. Selanjutnya dilakukan analisis statistika deskriptif pada data fase II yang ditunjukkan pada Tabel 3 sebagai berikut.

Tabel 3. Statistika Deskriptif Karakteristik Kualitas Pupuk ZA III Fase II

Variabel	Batas Spesifikasi	Rata-rata	Varians	Minimum	Median	Maksimum
N	Minimum 20,80	21,046	0,002	20,920	21,050	21,140
H₂O	Maksimum 1,00	0,371	0,002	0,240	0,370	0,460
H₂SO₄	Maksimum 0,10	0,035	0,00014	0,020	0,032	0,069

Tabel 3 menunjukkan bahwa baik pada nilai rata-rata, minimum, maupun maksimum dari karakteristik kualitas N(Nitrogen), H₂O (Air), serta H₂SO₄ (Asam Sulfat) pada data fase II berada dalam batas spesifikasi. Selanjutnya data akan digunakan untuk analisis lebih lanjut.

4.2. Pengujian Asumsi Dependensi antar Karakteristik Kualitas Pupuk ZA III

Pengujian asumsi dependensi dapat dilakukan dengan menggunakan uji *Bartlett*. Hasil uji *Bartlett* menunjukkan nilai *chi-square* hitung (χ^2_{hitung}) sebesar 8,201 dengan derajat bebas 3 dan *p-value* sebesar 0,042. Nilai χ^2_{tabel} dengan α sebesar 5% dan derajat bebas 3 adalah 7,815. Jika dibandingkan dengan hasil χ^2_{hitung} , maka dapat diputuskan tolak **H₀**

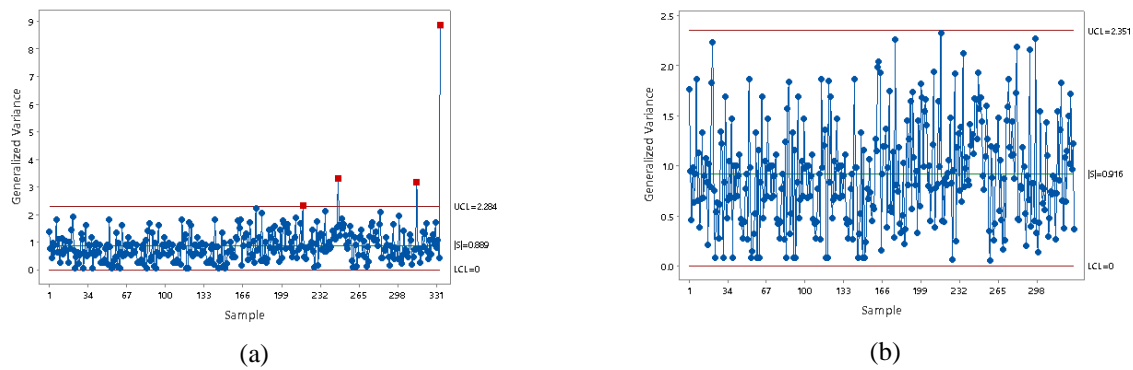
karena nilai $\chi^2_{hitung} > \chi^2_{tabel}$ dan nilai $P\text{-value} < \alpha$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa terdapat hubungan antar variabel Nitrogen, Air, dan Asam Sulfat

4.3. Pengujian Asumsi Normal Multivariat Karakteristik Kualitas Pupuk ZA III

Hasil uji normal multivariat menggunakan uji *Shapiro Wilk* mendapatkan nilai W^* dan $p\text{-value}$ berturut-turut sebesar 0,652 dan $<0,001$. Berdasarkan hasil yang didapatkan, nilai $p\text{-value}$ lebih kecil dari nilai α sebesar 5% sehingga menghasilkan keputusan tolak H_0 yang berarti data karakteristik kualitas Pupuk ZAIII tidak berdistribusi normal multivariat. Berdasarkan hasil tersebut, maka pada penelitian ini digunakan diagram kontrol *Maximum Half-Normal Multivariate Control Chart* (Max-Half-Mchart) karena diagram kontrol Max-Half-Mchart robust terhadap asumsi distribusi normal multivariat

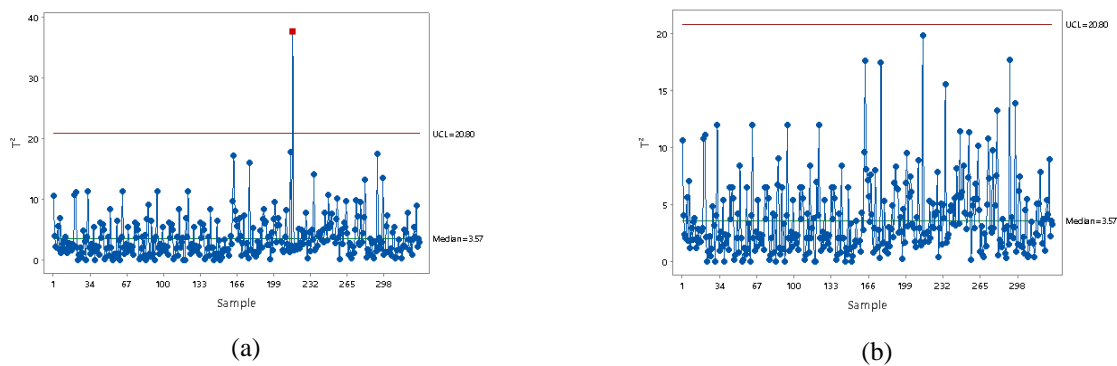
4.4. Penentuan Data InControl

Data *in control* merupakan data fase I yang telah terkendali secara statistik dengan menggunakan justifikasi diagram kendali multivariat. Diagram kendali yang digunakan merupakan diagram kendali *Successive Difference* dan T^2 Hotelling. Pengendalian kualitas terhadap variabilitas proses menggunakan diagram kendali *Successive Difference*. Diagram kendali *Successive Difference* data fase I pupuk ZAIII di PT Petrokimia Gresik yang terdiri dari 334 pengamatan pertama dapat ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. (a) Diagram *Successive Difference* Fase I, (b) Diagram *Successive Difference* Fase I (*InControl*)

Pada Gambar 1.(a) ditunjukkan bahwa statistik *successive difference* menghasilkan beberapa titik terdeteksi sebagai sinyal *out of control* sehingga perlu dilakukan eliminasi titik OOC. Gambar 1.(b) menunjukkan statistik *successive difference* yang telah *in control*. Selanjutnya, data *in control* pada statistik *successive difference* digunakan untuk melakukan perhitungan pada diagram T^2 Hotelling. Diagram T^2 Hotelling ditunjukkan pada gambar berikut.

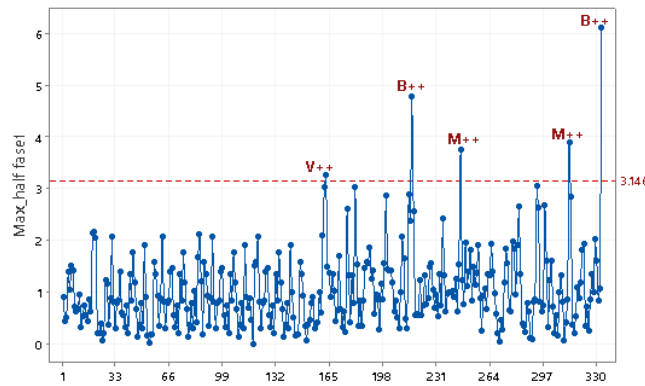


Gambar 2. (a) Diagram T^2 Hotelling Fase I, (b) Diagram T^2 Hotelling Fase I (InControl)

Pada Gambar 2(a) ditunjukkan bahwa statistik T^2 Hotelling menghasilkan beberapa titik terdeteksi sebagai sinyal *out of control* sehingga perlu dilakukan eliminasi titik OOC. Gambar 2(b) menunjukkan statistik T^2 Hotelling yang telah *in control*. Data *in control* yang diperoleh dari justifikasi T^2 Hotelling dan *successive difference* akan digunakan dalam perhitungan UCL pada Max-Half-Mchart Fase I

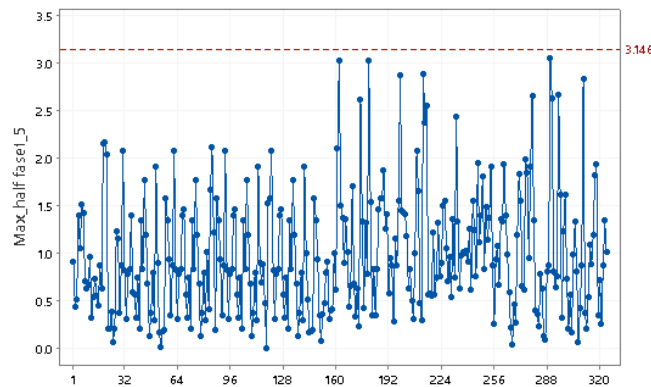
4.5. Pengendalian Kuliatas Pupuk ZA III Menggunakan Max-Half-Mchart

Data fase I untuk diagram kendali *Maximum Multivariate Half Normal Control Chart* (Max-Half-Mchart) data pada tanggal 1 November 2022 hingga 30 September 2023 . Untuk mendapatkan nilai statistik diagram Max-Half-Mchart diperlukan μ_g yang merupakan vector rata-rata dari pengamatan *in control* dan Σ_g yang merupakan matriks kovarians dari pengamatan *in control*. Nilai rata-rata pengamatan *in control* dari variabel Nitrogen adalah 21,0436, variabel Air adalah 0,3389, dan variabel asam sulfat adalah 0,0292. Nilai UCL pada Max-Half-Mchart Fase I diperoleh melalui pendekatan *bootstrap* dari data hasil justifikasi diagram T^2 Hotelling dan *successive difference*. Adapun nilai UCL yang dihasilkan adalah 3,146. Sehingga Max-Half-Mchart Fase I ditunjukkan pada Gambar 3.



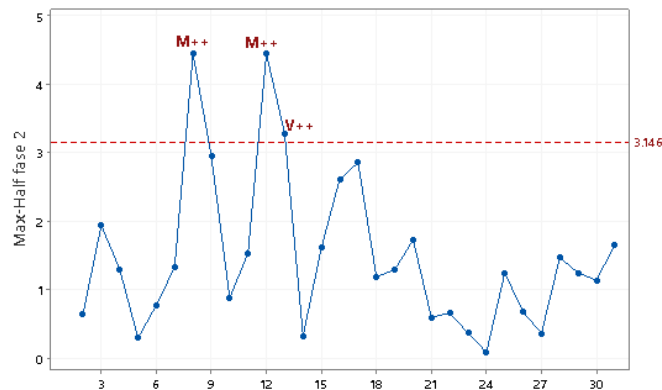
Gambar 3. Diagram Max-Half-Mchart Fase I

Gambar 3 menunjukkan bahwa terjadi pergeseran variabilitas pada pengamatan ke-164, terjadi pergeseran rata-rata proses pada pengamatan ke-247 dan 314, serta terjadi pergeseran rata-rata & variabilitas proses pada pengamatan ke-217 dan 334. Selanjutnya dilakukan penghapusan pada titik pengamatan *out of control* sehingga diagram kendali Max-Half-Mchart *in control* ditunjukkan pada Gambar 4.



Gambar 4. Diagram Max-Half-Mchart Fase I (InControl)

Gambar 4 menunjukkan bahwa seluruh pengamatan telah berada di dalam batas spesifikasi. Selanjutnya, informasi pada data Fase I dapat digunakan pada analisis untuk data Fase II. Data yang digunakan pada data Fase II merupakan data pengamatan pada 1 Oktober-31 Oktober 2023. Diagram Max-Half-Mchart Fase II ditunjukkan pada Gambar 5.



Gambar 5. Diagram Max-Half-Mchart Fase II

Gambar 5 menunjukkan bahwa terjadi ipergeseran rata-rata proses pada pengamatan 8 dan 12. Sementara itu, terjadi pergeseran variabilitas proses pada pengamatan ke-13. Oleh karena itu dapat dikatakan bahwa untuk tanggal 1 Oktober-31 Oktober 2023 proses produksi Pupuk ZA III PT Petrokimia Gresik masih belum terkendali secara statistik

4.6. Identifikasi Penyebab Out of Control pada Proses Produksi Pupuk ZA III

Identifikasi *out of control* atau OOC dilakukan untuk mengetahui karakteristik kualitas Pupuk ZA III yang menjadi penyebab adanya sinyal *out of control*. Identifikasi *Out of control* dilakukan dengan menggunakan metode dekomposisi variabel menggunakan Max-Half-Mchart. Adapun hasil dekomposisi variabel pada data fase I dan fase II ditunjukkan pada Tabel 4.

Tabel 4. Perbandingan Titik *Out Of Control* dari Hasil Dekomposisi Variabel

Kombinasi Karakteristik Kualitas	Jumlah Titik <i>Out Of Control</i>	
	Fase I	Fase II
Nitrogen(N) dan Air (H ₂ O)	1	-
Nitrogen(N) dan Asam Sulfat (H ₂ SO ₄)	1	2
Asam Sulfat(H ₂ SO ₄) dan Air(H ₂ O)	1	2

Berdasarkan Tabel 4, dapat disimpulkan bahwa Asam Sulfat (H₂SO₄) merupakan variabel yang berkontribusi besar dalam menyebabkan pengamatan *out of control* pada penelitian ini. Hal tersebut dikarenakan jika variabel H₂SO₄ dipasangkan dengan variabel Air (H₂O) dan Nitrogen (N) akan menyebabkan titik out of control. Setelah berdiskusi dengan perusahaan, hasil tersebut linear dengan hasil analisis identifikasi variabel *out of control* yang dilakukan, bahwa variabel yang berpotensi besar menyebabkan gangguan adalah Asam Sulfat (H₂SO₄) hal tersebut disebabkan oleh dari inkonsistensi dari setiap kandungan sumber bahan baku yang menyebabkan kondisi bahan baku yang berbeda-beda sehingga menyebabkan hasil produksi yang kurang maksimal

4.7. Analytical Hierarchy Process (AHP) pada Karakteristik Kualitas Pupuk ZA III

Setelah melakukan analisis pengendalian kualitas terhadap pupuk ZA III, selanjutnya akan dilakukan perhitungan untuk mendapatkan bobot pada masing-masing karakteristik kualitas. Bobot pada masing-masing karakteristik kualitas ini akan digunakan dalam analisis kapabilitas proses secara multivariat. AHP pada penelitian ini melibatkan penilaian dari 5 orang *expert*. *Experts* tersebut melakukan penilaian terhadap karakteristik kualitas dengan

skala penilaian yang mengacu pada Tabel 2.2. hasil penilaian dari *expert* menghasilkan 5 matriks perbandingan yang kemudian disajikan dalam bentuk *geometric mean* ditunjukkan pada Tabel 5.

Tabel 5. *Geometric mean*

	Nitrogen(N)	Air (H ₂ O)	Asam Sulfat (H ₂ SO ₄)
Nitrogen(N)	1,000	3,000	3,565
Air (H ₂ O)	0,333	1,000	3,031
Asam Sulfat (H ₂ SO ₄)	0,280	0,329	1,000

Selanjutnya, matriks *geometric mean* akan dilakukan normalisasi matriks sehingga menghasilkan bobot untuk masing-masing karakteristik kualitas yang ditunjukkan pada Tabel 6.

Tabel 6. Bobot Karakteristik Kualitas

Karakteristik Kualitas	Bobot Karakteristik Kualitas
Nitrogen(N)	0,593
Air (H ₂ O)	0,278
Asam Sulfat (H ₂ SO ₄)	0,127

Selanjutnya, bobot yang telah diperoleh dapat digunakan dalam analisis kapabilitas proses.

4.8. Analisis Kapabilitas Proses Produksi Pupuk ZA III

Analisis kapabilitas proses dilakukan untuk mengetahui apakah data hasil pengamatan pupuk ZA III di PT Petrokimia Gresik telah sesuai dengan spesifikasi yang telah ditentukan oleh Perusahaan Adapun bobot yang digunakan merupakan bobot hasil perhitungan pada proses AHP sehingga diperoleh nilai kapabilitas proses sebagai berikut

Tabel 7. Analisis Kapabilitas Proses Produksi Pupuk ZA III

Variabel	C_{pk}	W_k	MC_{pk}
Nitrogen(N)	1,75	0593	1,039
Air (H ₂ O)	5,44	0.278	1,516
Asam Sulfat (H ₂ SO ₄)	3,07	0127	0,342
Total			2,898

Berdasarkan Tabel 7 diketahui bahwa nilai $MC_{pk} > 1$. proses dikatakan telah kapabel apabila nilai $MC_{pk} > 1$. oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa proses produksi Pupuk ZA III di PT Petrokimia Gresik telah Kapabel secara multivariat.

5. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan, didapatkan kesimpulan sebagai berikut:

1. Hasil analisis pengendalian kualitas Pupuk ZA III di PT Petrokimia Gresik menggunakan diagram Max-Half-Mchart pada fase I ditemukan adanya pengamatan *out of control* yang teridentifikasi sebagai pergeseran variabilitas, rata-rata dan variabilitas & rata-raya. Sementara itu, Pada fase II menunjukkan adanya pengamatan *out of control* yang teridentifikasi adanya pergeseran pada rata-rata proses dan variabilitas proses.
2. Identifikasi penyebab pengamatan *out of control* Pupuk ZA III di PT Petrokimia Gresik pada diagram Max-Half-Mchart disebabkan oleh konsistensi dari unsur hara yaitu H₂SO₄ yang berbeda pada setiap proses produksi, sehingga menghasilkan produk yang kurang maksimal.
3. Pengukuran kapabilitas proses produksi Pupuk ZA III di PT Petrokimia Gresik menggunakan analisis kapabilitas proses secara multivariat menunjukkan bahwa hasil produksi Pupuk ZA III di PT Petrokimia Gresik secara keseluruhan telah sesuai dengan ketentuan perusahaan, sehingga proses telah kapabel.

References

- Cheng, S. W., & Thaga, K. (2010). The max-cusum chart. In *Frontiers in Statistical Quality Control 9* (pp. 85-98). Heidelberg: Physica-Verlag HD.
- Johnson, R. A., & Wichern, D. W. (2007). *Applied Multivariate Statistical Analysis* (6th ed.). United States of America: Pearson Education, Inc.
- Khoo, M. B., Teh, S. Y., & Wu, Z. (2010). Monitoring process mean and variability with one double EWMA chart. *Communications in Statistics—Theory and Methods*, 39(20), 3678-3694.
- Kruba, R. (2022). Pengembangan Diagram Kontrol Multivariat Simultan untuk Pengamatan Individual. Surabaya: ITS.
- Kruba, R., Mashuri, M., & Prastyo, D. D. (2021). Max-Half-Mchart: A Simultaneous Control Chart Using a Half-Normal Distribution for Subgroup Observations. doi:10.1109/Acess.2021.3100078
- Kruba, R., Mashuri, M., & Prastyo, D. D. (2021). The Effectiveness of Max-Half-Mchart over Max-Mchart in simultaneously Monitoring Process mean and variability of individual observation. *Quality and Reliability Engineering International*, 1-14.
- Montgomery, D. C. (2013). *Introduction to Statistical Quality Control*. USA: John Wiley & Sons, Inc.
- Montgomery, D. C. (2020). *Introduction Statistical Quality Control* (Eight ed.). Arizona State University: John Wiley & Sons, Inc.
- Morrison, D. F. (2005). *Multivariate Statistical Methods* (4th ed.). United States of America: Thomson Learning, Inc.
- Naqiyah, S. (2023). Pengendalian Kualitas Statistika Pupuk ZK di PT Petrokimia Gresik Menggunakan Multivariate Max-Chart (Max-Mchart). ITS, Statistika, Surabaya.
- Ostadsharif Memar, A., & Niaki, S. T. A. (2011). The Max EWMAMS control chart for joint monitoring of process mean and variance with individual observations. *Quality and Reliability Engineering International*, 27(4), 499-514.
- Petrokimia. (2022). Pupuk ZA. Retrieved oktober 9, 2023, from <https://petrokimia-gresik.com/product/pupuk-za>
- Polhemus, N. W. (2017). *Process capability analysis: estimating quality*. Chapman and Hall/CRC.
- Saaty, R. (1987). The Analytic Hierarchy Process-What It Is And How It Is Used. *Mathl Modelling*, 9, 161-176.
- Shapiro, S., & Wilk, M. (1965). An Analysis of Variance Test for Normality Test (Complete Samples). *Biometrika*, 591.
- Thaga, Keoagile ; Gabaitiri, Lesego. Multivariate Max-Chart. In: *Stochastics and Quality Control*. 2006 ; Vol. 21, No. 1. pp. 113-125.
- Zhang, J., Li, Z., & Wang, Z. (2010). A multivariate control chart for simultaneously monitoring process mean and variability. *Computational statistics & data analysis*, 54(10), 2244-2252.